Terceiro dia

MINICURSO DE PRÉ-CÁLCULO

INEQUAÇÕES E MÓDULO

Professor: Patrick Carneiro
Monitor: Rodrigo Nascimento

CONTEÚDO DA AULA

01 SIMBOLOGIA

Simbologia utilizada
na matemática

02 INTERVALOS

Como representar intervalos

03 INEQUAÇÃO

Expressão que possui um
sinal de desigualdade entre
os seus termos

04 MÓDULO

Valor absoluto de um
número x

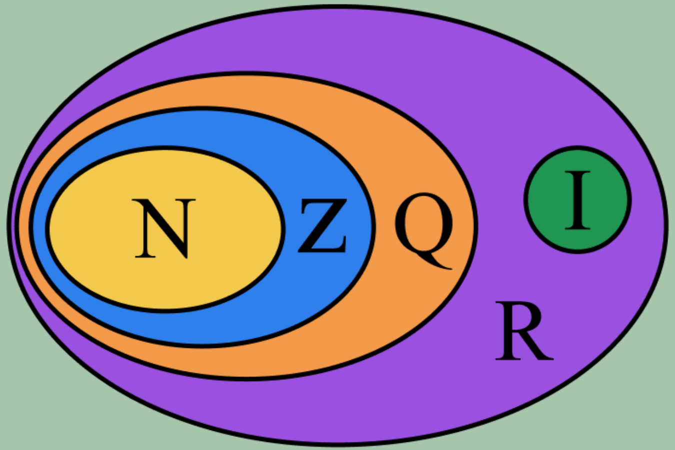
01

SIMBOLOGIA

SIMBOLOGIA - COMPARAÇÃO

<	**≤**	**≈**
“Menor que” Ex.: 10cm < 1km	**“Menor ou igual”** Ex.: 1/3 ≤ 0,34	**Aproximadamente** Ex.: π ≈ 3,14
>	**≥**	**≠**
“Maior que” Ex.: 10cm > 1mm	**“Maior ou igual”** Ex.: 12/5 ≥ 2	**Diferente de** Ex.: A=5, B=5,01 A ≠ B

CONJUNTOS



SIMBOLOGIA - CONJUNTOS

$\in$

Pertence ao conjunto
Ex.: $5 \in N$

$\subset$

Está contido
Ex.: $N \subset Z$

$\cup$

União com (OU)
Ex.: A={5,7,10}, B={3,6,7,8}
$a \cup b = \{3,5,6,7,8,10\}$

$\notin$

Não pertence ao conjunto
Ex.: $(-1) \notin N$

$\supset$

Contém
Ex.: $Z \supset N$

$\cap$

Intersecção com (E)
Ex.: A={5,7,10}, B={3,6,7,8}
$a \cap b = \{7\}$

SIMBOLOGIA - NOTAÇÕES

∀

“Para qualquer que seja”

Ex.: $\forall x > 0$, x é positivo.

...

“Período”

Ex.: $1/3 = 0.333...$

∃

Existe

Ex.: $\exists\ x \in Z \mid x > 3$

: ou |

“Tal que”

Ex.: $R = \{x \in R \mid x \geq 0\}$

$R = \{x \in R : x \geq 0\}$

∴

“Portanto”

Ex.: $x - 4 = 0$

$\therefore x = 4$

∄

Não existe

Ex.: $B=\{0,1,2,3\}$, e $x=9$

$\therefore \nexists x \rightarrow B$

SIMBOLOGIA – NOTAÇÕES

$\rightarrow$	$\Leftrightarrow$	$\Rightarrow$
"Se...,então..." Ex.: i) $a = 12$ ii) $b \in R$ iii) $a \rightarrow b$ ∴ **Se** a for igual a 12, **então** $a \subset b$;	**"Se, e somente se"** Ex.: i) $a \in N$ ii) $a > 0$ iii) $a \Leftrightarrow b$ ∴ a pertence aos reais **se, e somente se** a for maior que 0;	**"Implica que"** Ex.: i) $a = \{\}$ ii) $b = 0$ iii) $a \Rightarrow b$ ∴ a sendo um conjunto vazio, **implica que** $0 \in a$.

02

INTERVALOS

COMO REPRESENTAR INTERVALOS

INTERVALO FECHADO

[A,B]

Ex.: $\{x \in R \mid a \leq x \leq b\}$

INTERVALO ABERTO

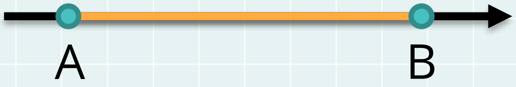
]A,B[ou (A,B)

Ex.: $\{x \in R \mid a < x < b\}$

COMO REPRESENTAR INTERVALOS

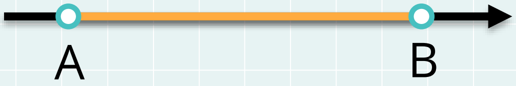
INTERVALO FECHADO

$[a, b] = \{x \in R \mid a \leq x \leq b\}$



INTERVALO ABERTO

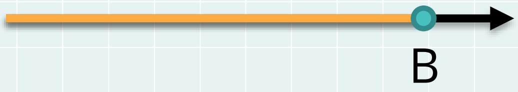
$(a, b) = \{x \in R \mid a < x < b\}$



COMO REPRESENTAR INTERVALOS

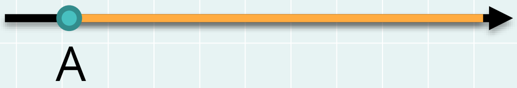
SEMIRRETA ESQUERDA

$(-\infty, b] = \{x \in R \mid x \leq b\}$



SEMIRRETA DIREITA

$[a, +\infty) = \{x \in R \mid x \geq a\}$



03

INEQUAÇÕES

FORMA DE EXPRESSAR DESIGUALDADES

- É o jeito matemático de representar estados de **desequilíbrio**.

- Como identificar?
  - Presença dos símbolos: $<$, $\leq$ ou $>$, $\geq$
  - Conjunto solução: valores de x para os quais a inequação é verdadeira

PROPRIEDADES DAS DESIGUALDADES

- **Se $a > b$ e $b > c$, então $a > c$.**

Ex.: $8 > 5$ e $5 > 4$, então $8 > 4$.

- **Se $a > b$ e $c > 0$, então $ac > bc$.**

Ex.: $6 > 3$ e $4 > 0$, então $24 > 12$.

- **Se $a > b$, então $(a + c) > (b + c)$, para todo c real.**

Ex.: $8 > 7$, $c=3$, $11 > 10$.

PROPRIEDADES DAS DESIGUALDADES

- **Se a > b e c > d, então (a + c) > (b + d).**

Ex.: 4 > 3 e 6 > 5, então 10 > 8.

- **Se a > b > 0 e c > d > 0, então ac > bd.**

Ex.: 3 > 2 > 0 e 6 > 4 > 0, então 18 > 8.

- **Se a > b e c < 0, então ac < bc.**

Ex.: 7 > 5 e (-1) < 0, então -7 < -5.

ATENÇÃO!

Quando multiplicar uma inequação por **um número negativo**, o sinal da desigualdade **se altera (inverte)**

INEQUAÇÕES DO PRIMEIRO GRAU

- São as inequações possuem **somente** termos do primeiro grau.

- Onde as constantes **pertence aos reais**, e a constante que multiplica a variável tem que ser **diferente de 0**.

INEQUAÇÕES DO PRIMEIRO GRAU

- **$6(x + 2) + 1 \leq 4x + 5$**

i. $6x + 12 + 1 \leq 4x + 5$

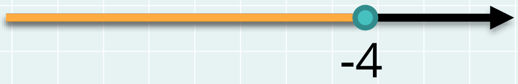
ii. $6x + 13 \leq 4x + 5$

iii. $6x - 4x \leq -13 + 5$

iv. $2x \leq -8$ (/2)

v. $x \leq -4$

vi. $\therefore \mathbf{S = \{x \in R \mid x \leq -4\}}$



- **$4 - x + 4(2 - 6x) \geq 0$**

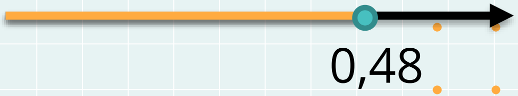
i. $4 - x + 8 - 24x \geq 0$

ii. $12 - 25x \geq 0$

iii. $12 \geq 25x$ (/25)

iv. $0{,}48 \geq x$

v. $\therefore \mathbf{S = \{x \in R \mid x \leq 0{,}48\}}$



INEQUAÇÕES DO PRIMEIRO GRAU

- **$4 - x + 4(2 - 6x) \geq 0$**

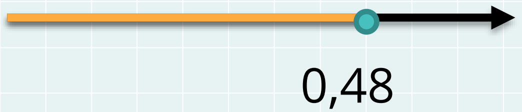
i. $4 - x + 8 - 24x \geq 0$

ii. $12 - 25x \geq 0$

iii. $12 \geq 25x$ (/25)

iv. $0{,}48 \geq x$

v. **$\therefore S = \{x \in R \mid x \leq 0{,}48\}$**



SISTEMA DE INEQUAÇÕES

- Ocorre quando existem **duas ou mais** inequações do primeiro grau.

- Apenas **uma variável**, a mesma para **todas** as inequações envolvidas.

- Como resolver?
    1. **Resolva individualmente cada inequação;**
    2. **Faça a Intersecção dos conjuntos solução obtidos;**

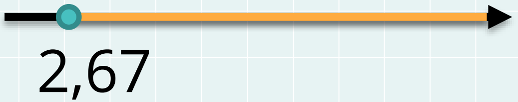
SISTEMA DE INEQUAÇÕES

$3x - 2 \geq 6$
$-2x - 7 < 0$

1. $3x - 2 \geq 6$
   i. $3x \geq 6+2$
   ii. $3x \geq 8$ (/3)
   iii. $x \geq 2{,}67$
   iv. $S1 = \{x \in R \mid x \geq 2{,}67\}$

2. $-2x - 7 < 0$
   i. $-2x < +7$
   ii. $-2x < 7$ (/2)
   iii. $-x < 3{,}5$ (*-1)
   iv. $x > -3{,}5$
   v. $S2 = \{x \in R \mid x > -3{,}5\}$

$\therefore S = S1 \cap S2 = \{x \in R \mid x \geq 2{,}67\}$ ou $S = [2{,}67, +\infty)$



INEQUAÇÕES SIMULTÂNEAS

- Sentenças de inequações que tem **mais do que uma** desigualdade.

- Como resolver?
  1. **Resolva individualmente cada inequação;**
  2. **Faça a Intersecção dos conjuntos solução obtidos;**

INEQUAÇÕES SIMULTÂNEAS

$-2x + 4 < -x + 2 < 3x + 4$

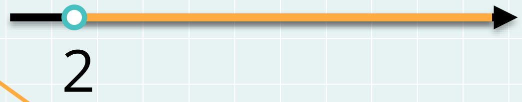
1. $-2x + 4 < -x + 2$

i. $-2x + x < -4 + 2$

ii. $-x < -2$ (*-1)

iii. $x > 2$

iv. $S1 = \{x \in R \mid x > 2\}$



2. $-x + 2 < 3x + 4$

i. $-x - 3x < -2 + 4$

ii. $-4x < 2$ (/4)

iii. $-x < 0{,}5$ (*-1)

iv. $x > -0{,}5$

v. $S2 = \{x \in R \mid x > -0{,}5\}$

3. **$\therefore S = S1 \cap S2 = \{x \in R \mid x > 2\}$ ou $S = (2, +\infty)$**

INEQUAÇÃO PRODUTO E QUOCIENTE

- Sentenças de inequações formadas por desigualdades **com produto** ou **quociente** de funções.

- Como resolver?
  1. **Encontre os valores de x que satisfazem a condição estabelecida pela inequação;**
  2. **Para a resolução de inequação quociente, precisa-se adotar valores diferentes de zero.**

INEQUAÇÃO PRODUTO

$(2x - 5)(-2x + 1) > 0$

1. $2x - 5 = 0$

i. $2x - 5 = 0$

ii. $2x = 5$ (/2)

iii. $x = 2,5$

iv. $S1 = \{x \in R \mid x = 2,5\}$

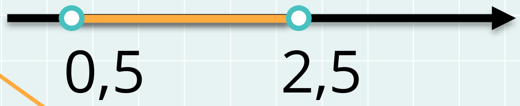
2. $-2x + 1 = 0$

i. $-2x + 1 = 0$

ii. $1 = 2x$ (/2)

iii. $0,5 = x$

iv. $S2 = \{x \in R \mid x = 0,5\}$



3. **$\therefore S = \{x \in R \mid 0,5 < x < 2,5\}$**

INEQUAÇÃO QUOCIENTE

$(2x + 3)/(3x - 4) < 0$

1. $2x + 3 = 0$

i. $2x + 3 = 0$

ii. $2x = -3$ (/2)

iii. $x = -1,5$

iv. $S1 = \{x \in R \mid x = -1,5\}$

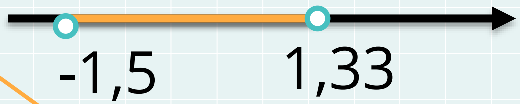
2. $3x – 4 = 0$

i. $3x – 4 = 0$

ii. $3x = 4$ (/3)

iii. $x = 1,33$

iv. $S2 = \{x \in R \mid x = 1,33\}$



3. **$\therefore S = \{x \in R \mid -1,5 < x < 1,33\}$**

INEQUAÇÕES DO SEGUNDO GRAU

- São as inequações possuem **algum** termo de segundo grau.

- Onde as constantes **pertence aos reais**, e a constante que multiplica a variável ao quadrado tem que ser **diferente de 0**.

- Como resolver?
    - Igualar a sentença do segundo grau a zero;
    - Encontrar (caso existam) as raízes da equação e localizá-las no eixo x;
    - Estudar o sinal da função correspondente;

INEQUAÇÃO DO SEGUNDO GRAU

$2x^2 - 6x + 4 < 0$

1. $2x^2 - 6x + 4 < 0$

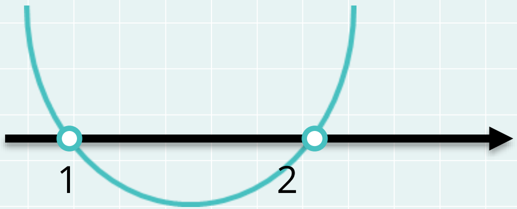
i. $\Delta = (-6)^2 - 4(2)(4)$

ii. $\Delta = 4$

iii. $x = -(-6) \pm \sqrt{4}/(2*2)$

iv. $x' = 2, x'' = 1$

v. $S1 = \{x \in R \mid 1 < x < 2\}$



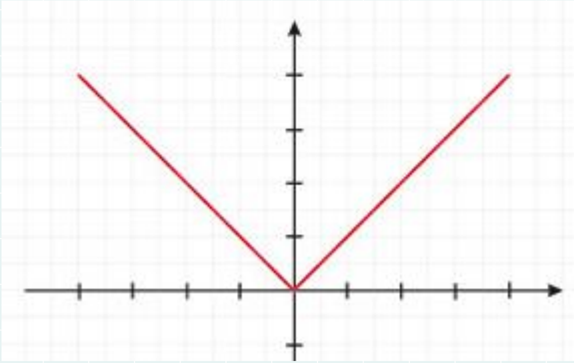
04 MÓDULO

VALOR ABSOLUTO DE UM NÚMERO REAL

- O módulo de um número x está associado ao conceito de **distância deste até a origem do sistema**, sendo dessa forma um número real positivo ou nulo.

- A função modular é descrita assim:

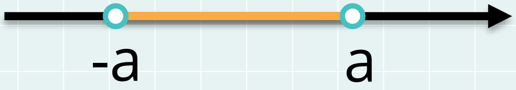
$$f(x) = |\,x\,| = \begin{cases} x, & \text{se } x \geq 0 \\ (-x), & \text{se } x < 0 \end{cases}$$



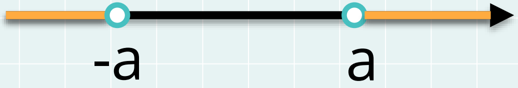
INEQUAÇÃO MODULARES

- São baseadas na noção de distância associada a **representação geométrica do módulo** de um número real.

- $|x| < a \Leftrightarrow -a < x < a$



- $|x| > a \Leftrightarrow x > a$ ou $x < -a$



- O mesmo é válido caso os sinais $<$ e $>$ por $\leq$ e $\geq$;

INEQUAÇÃO MODULARES

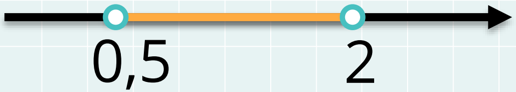
$|-4x + 5| < 3$

1. $|-4x + 5| < 3$
   i. $-3 < -4x + 5 < 3$

2. $-3 < -4x + 5$
   i. $-3 - 5 < -4x$
   ii. $-8 < -4x$ (/4)
   iii. $-2 < -x$ (*-1)
   iv. $S1 = x < 2$

3. $-4x + 5 < 3$
   i. $-4x < 3 - 5$
   ii. $-4x < -2$ (/4)
   iii. $-x < -0,5$ (*-1)
   iv. $S2 = x > 0,5$

4. **$\therefore S = \{x \in R \mid 0,5 < x < 2\}$**



INEQUAÇÃO MODULARES

$|4x - 4| \geq 7$

i. $-7 \geq 4x - 4 \geq 7$

2. $-7 \geq 4x - 4$

i. $-7 + 4 \geq 4x$

ii. $-3 + 4 \geq 4x$ (/4)

iii. $-0,75 \geq x$ (*-1)

iv. $S1 = x \leq -0,75$

3. $4x - 4 \geq 7$

i. $4x \geq 7 + 4$ (+4)

ii. $4x \geq 11$ (/4)

iii. $x \geq 2,75$

iv. $S2 = x \geq 2,75$

4. **$\therefore S = \{x \in R \mid x \leq -0,75$ ou $x \geq 2,75\}$**

DESAFIO 1

$$\left|\frac{2x+2}{x-3}\right| \leq 4$$

DESAFIO

$$\left|\frac{2x+2}{x-3}\right| \leq 4 \Leftrightarrow -4 \leq \frac{2x+2}{x-3} \leq 4$$

$$-4 \leq \frac{2x+2}{x-3}$$

$$0 \leq 4 + \frac{2x+2}{x-3}$$

$$0 \leq \frac{2x+2+4(x-3)}{x-3}$$

$$0 \leq \frac{2x+2+4x-12}{x-3}$$

$$0 \leq \frac{6x-10}{x-3}$$

$$\frac{2x+2}{x-3} \leq 4$$

$$\frac{2x+2}{x-3} - 4 \leq 0$$

$$\frac{2x+2-4(x-3)}{x-3} \leq 0$$

$$0 \geq \frac{2x+2-4x+12}{x-3}$$

$$0 \geq \frac{-2x+14}{x-3}$$

DESAFIO

$$0 \leq \frac{6x-10}{x-3}$$

$$0 \geq \frac{-2x+14}{x-3}$$

6x -10 = 0

6x = 10

x = 1,67

x - 3 = 0

x = 3

-2x+14 = 0

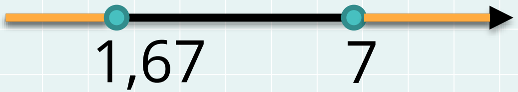
14 = 2x

x = 7

x - 3 = 0

x = 3

$\therefore S = \{x \in R \mid x \leq 1{,}67 \text{ ou } x \geq 7\}$



DESAFIO 2

$$2 < |4x - 6| < 3$$

DESAFIO

$2 < |4x - 6| < 3$

$-2 > 4x - 6 > 2 \Leftrightarrow -3 < 4x - 6 < 3$

$-2 = 4x - 6$

$0 = 4x - 4$

$4x = 4$

$x = 1$

$4x - 6 = 2$

$4x = 8$

$x = 2$

$-3 = 4x - 6$

$0 = 4x - 3$

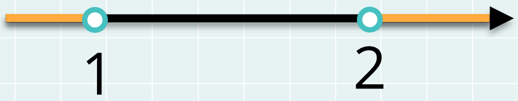
$4x = 3$

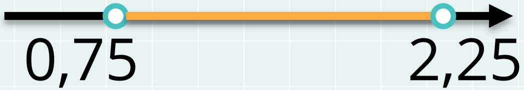
$x = 0{,}75$

$4x - 6 = 3$

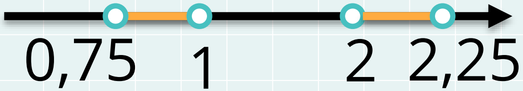
$4x = 9$

$x = 2{,}25$





∴ S = {x ∈ R | 0,75 < x < 1 ou 2 < x < 2,25}



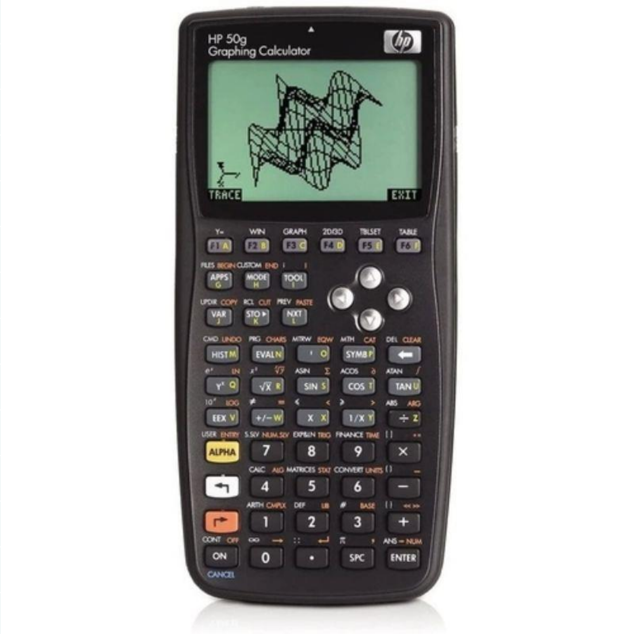
DICAS

SYMBOLAB

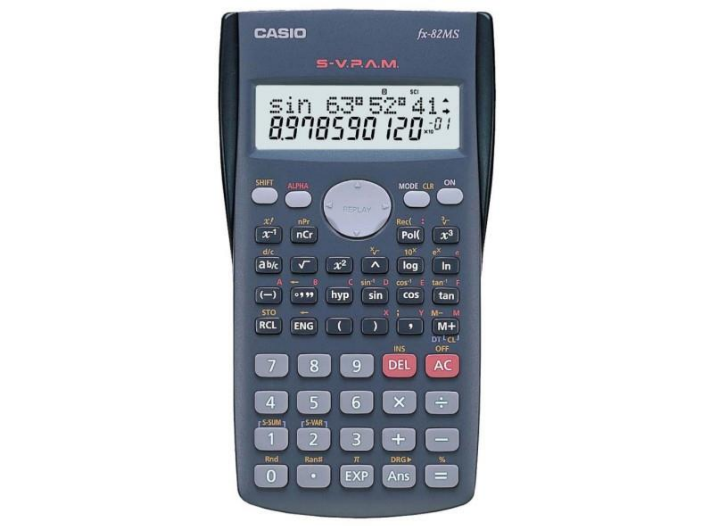
PHOTOMATH

WOLFRAMALPHA

DICAS



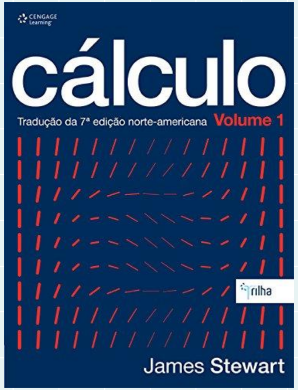
HP 50g



CASIO (CIENTÍFICA)

DICAS

MATLAB



STEWART

Obrigado pela presença!