Minicurso de Pré-Cálculo
Apostila de apoio

Aula 2 - Função do 2° grau, exponencial e logarítmico

PET – Programa de Educação Tutorial
Universidade Federal de Uberlândia

Uberlândia, 16 de janeiro de 2024

Sumário

1. Introdução

O minicurso de Pré-cálculo desenvolvido pelo Programa de Educação Tutorial (PET) Engenharia Biomédica surgiu como um apoio ao ingressante dos cursos de Engenharias, com o intuito de fornecer apoio ao mesmo. Levando em consideração a dificuldade de matérias que incluem a matemática básica e, na maioria das vezes, a dificuldade de lembrar de tudo aquilo que nos foi passado em anos da nossa vida estudantil, essa apostila vem com o objetivo é deixar registrado e facilitar o acesso a matérias consideradas necessárias para o decorrer da graduação.

2. Função do Segundo Grau

a. Definição

A função do segundo grau, ou função quadrática, é uma função polinomial de segundo grau, na qual é definida pela expressão

$$f(x) = ax^2 + bx + c \qquad (1)$$

onde a, b e c são constantes e a ≠ 0. Além da lei de formação, essa função possui domínio e contradomínio no conjunto dos números reais, ou seja, $f\colon R \rightarrow R$.

Ademais, a função quadrática pode ser escrita de forma fatorada que é utilizada quando as raízes da função são positivas. Como demonstrado a seguir

$$ax^2 + bx + c = a\,(x - x_1) * (x - x_2) \qquad (2)$$

na qual, x_1 e x_2 são as raízes da equação do segundo grau.

b. Resolução

Existem três modos principais para resolver equações do segundo grau: forma quadrática, soma e produto e Briot-Ruffini.

1. ***Fórmula Quadrática***: A fórmula quadrática, conhecida também por Bhaskara, é a maneira mais comum de resolver equações do segundo grau. A fórmula é dada por

$$x = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} \qquad (2)$$

e

$$\Delta = b^2 - 4ac \qquad (3)$$

onde a,b e c são os coeficientes da equação quadrática $ax^2 + bx + c = 0$.

O valor do delta nos permite saber quantas soluções a função quadrática vai ter. Pode-se separar em três casos:

- $\Delta > 0$: a função possui duas raízes reais e distintas;
- $\Delta = 0$: a função possui uma única raiz real;
- $\Delta < 0$: a função não possui raiz real

2. ***Soma e Produto:*** Este método é utilizado quando as raízes são números inteiros, na qual estão organizado da seguinte forma

$$x^2 + Sx + P \qquad (4)$$

onde, S é dada pela soma e P o produto das raízes da equação. Comparando a equação (4) com a (1), pode-se obter a seguinte relação entre os coeficientes e as raízes:

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \qquad (5)$$

$$x_1 * x_2 = \frac{c}{a} \qquad (6)$$

Para os valores obtidos, temos

- P > 0 e S > 0: as duas raízes são positivas
- P > 0 e S < 0: as duas raízes são negativas
- P < 0 e S > 0: as raízes possuem sinais diferentes e a de maior valor absoluto é positiva
- P < 0 e S < 0: as raízes possuem sinais diferentes e a de maior valor absoluto negativa.

3. ***Briot-Ruffini:*** O método de Briot-Ruffini é um técnica de divisão sintética para encontrar o quociente e o resto da divisão de um polinômio por um binômio da

forma x-a, na qual a constante “a” é o valor do coeficiente do termo quadrático da equação do segundo grau.

Vamos considerar a equação $x^2 - 3x - 10 = 0$. Para resolvê-la usando o método de Briot-Ruffini, vamos seguir os seguintes passos:

1. *Escreva os coeficientes do polinômio na segunda linha, deixando espaço para os valores dos próximos termos*

| 1 -3 -10

2. *Escreva o valor de uma raiz conhecida da equação que é igual a 1*

1 | 1 -3 -10

3. *Traga o primeiro coeficiente para baixo e multiplique-o por 1. O resultado é colocado na terceira linha, diretamente abaixo do segundo coeficiente*

1 | 1 -3 -10
1

1

4. *Some o resultado da terceira linha com o próximo coeficiente, que é -3, e coloque o resultado na quarta linha, diretamente abaixo do segundo coeficiente*

1 | 1 -3 -10
1

1
-3

-2

5. *Multiplique o último valor calculado (que é -2) pelo coeficiente “a” (que é 1) e coloque o resultado na quinta linha*

1 | 1 -3 -10
1

1
1

-2
-2

6. *Some o resultado da quinta linha com o próximo coeficiente, que é, -10, e coloque o resultado na sexta linha, diretamente abaixo do segundo coeficiente*

1 | 1 -3 -10
1

1
1

-2
-10

-12

7. *O último valor na sexta linha é o resto da divisão, que é igual a -12. Se o resto for igual a zero, isso significa que a equação tem raízes inteiras. No entanto, como o resto é diferente de zero, vamos usar a fórmula de Bhaskara para encontrar as raízes da equação.*
8. *Caso o resto da divisão seja zero, pode-se obter a forma fatorada da função e obter as raízes. Como demonstrado no exemplo a seguir:*

$$f(x) = 2x^2 + x - 3,$$

dado que x = 1 é uma das raízes da equação, através do método de resolução apresentada acima, temos que :

1	2	1	-3
	2	3	0

na qual o resto da equação é o zero. Por conta disso, podemos afirmar que x = 1 é uma raiz de f(x) e para encontrarmos a função fatorada basta adicionar o “2” e “3” da segunda linha. Lembrando que Briot-Ruffini é utilizado para diminuir um grau de liberdade do polinômio, então se a função encontra-se com a função do segundo grau, após Briot-Ruffini, a equação ficará do primeiro grau. Então, obtém-se:

$$f(x) = (x - 1)(2x + 3)$$

Com isso, basta igualar a equação a zero para encontrarmos as duas raízes.

$$(x - 1)(2x + 3) = 0$$

$(x - 1) = 0$ ou $(2x + 3) = 0$

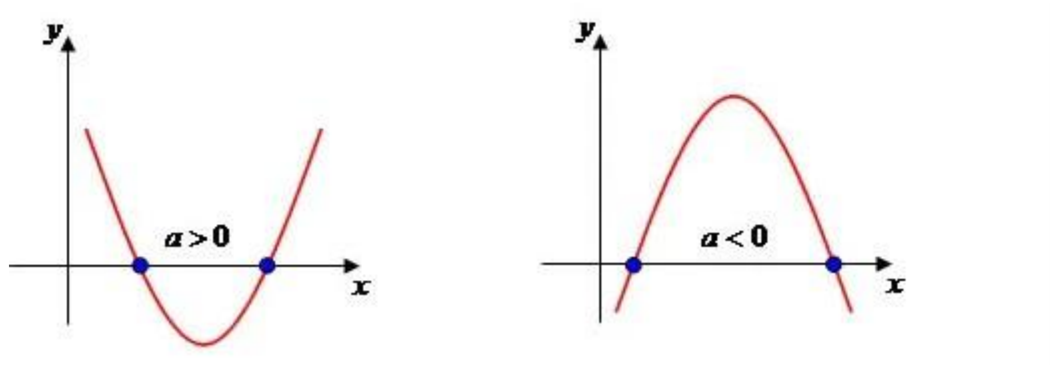
$x = 1$ $x = -\frac{2}{3}$

c. Gráficos

O gráfico da função de 2° grau é representado por uma parábola, na qual é uma representação visual da relação entre a variável independente (geralmente representada no eixo x) e a variável dependente (geralmente representada no eixo y) da função.

Para determinar a concavidade da parábola é necessário verificar o valor do coeficiente “a” presente na equação (1). Quando “a” é positiva, a parábola abre para cima e possui um ponto mínimo. Quando “a” é negativo, a parábola abre para baixo e possui um ponto máximo.

Figura 1: Representação gráfica da Função do Segundo Grau



Fonte: Compilação do autor[1]

O vértice da parábola é o ponto em que a curva muda de direção e é dado por

$$V \ = \ (\frac{-b}{2a} \ ; \ f(\frac{-b}{2a})) \qquad (7)$$

A linha de simetria da parábola é uma reta vertical que passa pelo vértice e é dada por

$$x_v = \frac{-b}{2a} \qquad (8)$$

O intercepto y da parábola é o valor de "$f(x)$" quando "x" é igual a zero e é dado por

$$y_v = c \qquad (9)$$

Os pontos de interceptação da parábola com o eixo x são chamados de raízes da equação e são obtidos através da fórmula de Bhaskara, soma e produto e Briot-Ruffini.

Esses pontos correspondem aos valores de "x" em que a função de segundo grau se anula, ou seja, onde f(x) = 0.

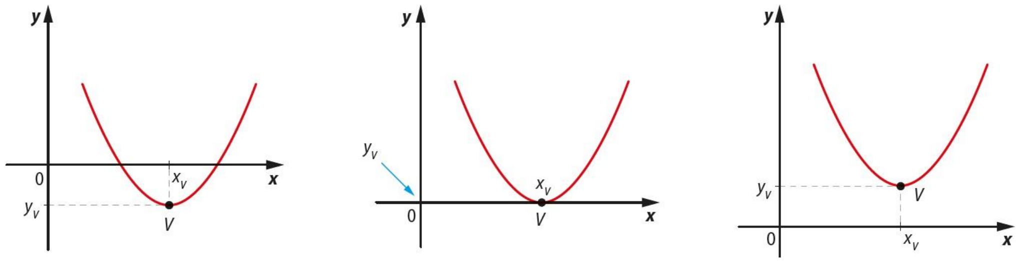
O ponto máximo ou mínimo é representado pelo y_v, na qual é dada pelas seguintes fórmulas

$$y_v = \frac{x' + x''}{2} \qquad (10)$$

$$y_v = -\frac{\Delta}{4a} \qquad (11)$$

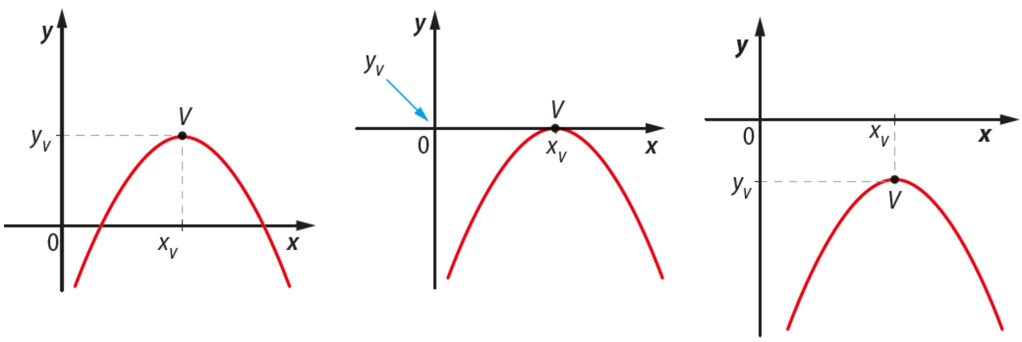
Valor mínimo e valor máximo da função quadrática

Ao esboçarmos o gráfico de uma função quadrática f, dada por $f(x) = ax^2 + bx + c$, consideramos o sinal do coeficiente a para identificar se a concavidade da parábola será voltada para cima ou voltada para baixo. Utilizando esse esboço, podemos verificar, entre outras propriedades, que a função f tem um **valor mínimo** ou um **valor máximo**, que corresponde à **ordenada** do vértice da parábola. Nesse caso, se $a > 0$, a concavidade da parábola é voltada para cima e temos três situações possíveis para o gráfico:



Observe que, nos três casos, o vértice V da parábola é o ponto cuja ordenada é o menor valor assumido pela função para todo, chamado também de ponto de mínimo da função. A ordenada de V, que pode ser obtida por $y_v = -\frac{\Delta}{4a}$, é o valor mínimo da função, que ocorre quando $x_v = -\frac{b}{2a}$.

De maneira análoga, se $a < 0$, a concavidade da parábola é voltada para baixo e temos outras três possibilidades para o gráfico da função:

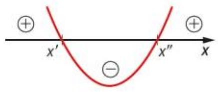
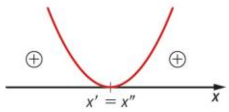
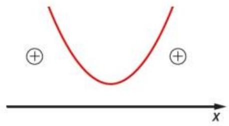


Considerando esses três casos, o vértice V da parábola é o ponto cuja ordenada é o maior valor assumido pela função, chamado também de ponto de máximo da função. A ordenada de V, que pode ser obtida por $y_v = -\frac{\Delta}{4a}$, é o valor máximo da função, que ocorre quando $x_v = -\frac{b}{2a}$.

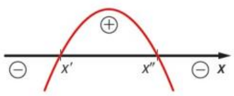
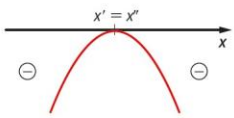
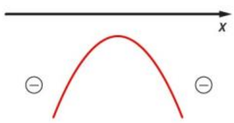
a. Estudo do sinal da função quadrática

O estudo do sinal de uma função quadrática pode ser feito observando o esboço de sua representação gráfica que é a parábola. De acordo com a concavidade da parábola, relacionada com o coeficiente a, e com a quantidade de zeros da função, relacionada com o valor de Δ, podemos esboçar o gráfico de uma função quadrática e fazer o estudo de sinais, como verificado a seguir.

i) Considerando $a > 0$:

$\Delta > 0$	$\Delta = 0$	$\Delta < 0$
A função quadrática admite dois zeros reais distintos.  Nesse caso, temos: $f(x) > 0$ para $x < x'$ ou $x > x''$; $f(x) < 0$ para $x' < x < x''$; $f(x) = 0$ para $x = x'$ ou $x = x''$.	A função quadrática admite dois zeros reais iguais.  Nesse caso, temos: $f(x) = 0$ para $x = x' = x''$; $f(x) > 0$ para $x \neq x'$.	A função quadrática não admite zeros reais.  Nesse caso, temos: $f(x) > 0$ para todo x real.

ii) Considerando $a < 0$:

$\Delta > 0$	$\Delta = 0$	$\Delta < 0$
A função quadrática admite dois zeros reais distintos.  Nesse caso, temos: $f(x) < 0$ para $x < x'$ ou $x > x''$; $f(x) > 0$ para $x' < x < x''$; $f(x) = 0$ para $x = x'$ ou $x = x''$.	A função quadrática admite dois zeros reais iguais.  Nesse caso, temos: $f(x) = 0$ para $x = x' = x''$; $f(x) < 0$ para $x \neq x'$.	A função quadrática não admite zeros reais.  Nesse caso, temos: $f(x) < 0$ para todo x real.

3. Função exponencial

a. Definição

A função exponencial é uma função matemática que é definida por uma base “a” elevada a uma potência “x”. A fórmula geral da função exponencial é

$$f(x) = a^x \tag{12}$$

na qual, “a” é uma constante positiva chamada de base e “x” e a variável independente que assume valores reais. Quando “x” é um número negativo, a função exponencial produz valores decrescentes à medida que “x” diminui. Enquanto “x” for um número positivo, a função exponencial produz valores crescentes à medida que “x” aumenta.

A função exponencial é amplamente utilizada em várias áreas da matemática e ciências naturais para modelar o crescimento e a decaída exponenciais, como o crescimento populacional, o decaimento radioativo e o comportamento de sistemas dinâmicos.

b. Propriedades

A função exponencial possui diversas propriedades importantes, que são úteis para a resolução de problemas matemáticos e para a compreensão do seu comportamento. Algumas das principais propriedades da função exponencial são:

1. *A função exponencial é sempre positiva:* para qualquer valor de “x”, a função exponencial $f(x) = a^x$ é sempre positiva, pois a base “a” é uma constante positiva.
2. *A função exponencial cresce ou decresce rapidamente:* dependendo do valor da base “a”, a função exponencial pode crescer ou decrescer rapidamente à medida que “x” aumenta ou diminui. Quando a base “a” é maior do que 1, a função exponencial cresce rapidamente à medida que “x” aumenta. Quando a base “a” é menor do que 1 e maior do que 0, a função exponencial decresce rapidamente à medida que “x” aumenta.
3. *A função exponencial passa pelo ponto (0,1):* para qualquer base “a”, a função exponencial passa pelo ponto (0,1), pois a potência de qualquer número elevado a 0 é sempre igual a 1.
4. *A função exponencial é sempre crescente ou decrescente:* dependendo do valor da base “a”, a função exponencial pode ser sempre crescente ou sempre decrescente. Quando a base “a” é maior do que 1, a função exponencial é sempre crescente. Quando a base “a” é menor do que 1 e maior do que 0, a função exponencial é sempre decrescente.
5. *A função exponencial possui uma assíntota horizontal:* quando a base “a” é menor do que 1, a função exponencial se aproxima cada vez mais do eixo “x” à medida que “x” aumenta. Isso significa que a função exponencial tem uma assíntota horizontal no eixo “y” em y = 0

6. *A função exponencial é uma função contínua:* a função exponencial é contínua em todo o seu domínio, ou seja, não possui descontinuidades ou saltos nos gráfico

Além disso, existe a lei dos expoentes na qual é uma regra matemática que permite simplificar expressões envolvendo potências com a mesma base, como mostrado a seguir:

i. *Potência de mesma base:* $a^m * a^n = a^{(m+n)}$, onde "a" é a base e "m" e "n" são expoentes.
ii. *Potência de expoente negativo:* $a^{(-n)} = \frac{1}{a^n}$, onde "a" é a base e "n" é um expoente negativo.
iii. *Potência de expoente zero:* $a^0 = 1$, onde "a" é a base.
iv. *Potência de expoente fracionário:* $a^{\left(\frac{m}{n}\right)} = n - \sqrt{(a^m)}$, onde "a" é a base, "m" é o expoente e "n" é um inteiro positivo diferente de zero

Tais propriedades de simplificação expressões algébricas só podem ser utilizadas quando há potências com a mesma base, ou seja, não podemos somar ou subtrair potências com bases diferentes.

c. Gráficos

Para montar um gráfico de uma função exponencial, siga estes passos:

1. *Escolha uma base "a" para a sua função exponencial*
2. *Determine o domínio da função, ou seja, os valores de "x" para os quais a função está definida*
3. *Calcule alguns pontos da função, escolhendo valores diferentes de "x" no domínio e usando a fórmula* $f(x) = a^x$ *para encontrar os valores correspondentes de "y"*
4. *Trace o gráfico da função, marcando os pontos encontrados em um sistema de coordenadas cartesianas com eixos "x" e "y"*

Por exemplo, considere a função exponencial $f(x) = 2^x$:

1. A base desta função é "2"
2. O domínio é todo o conjunto dos números reais
3. Escolhendo alguns valores de "x", podemos encontrar os correspondentes valores de "y" da função:

    - $f(0) = 2^0 = 1$
    - $f(1) = 2^1 = 2$

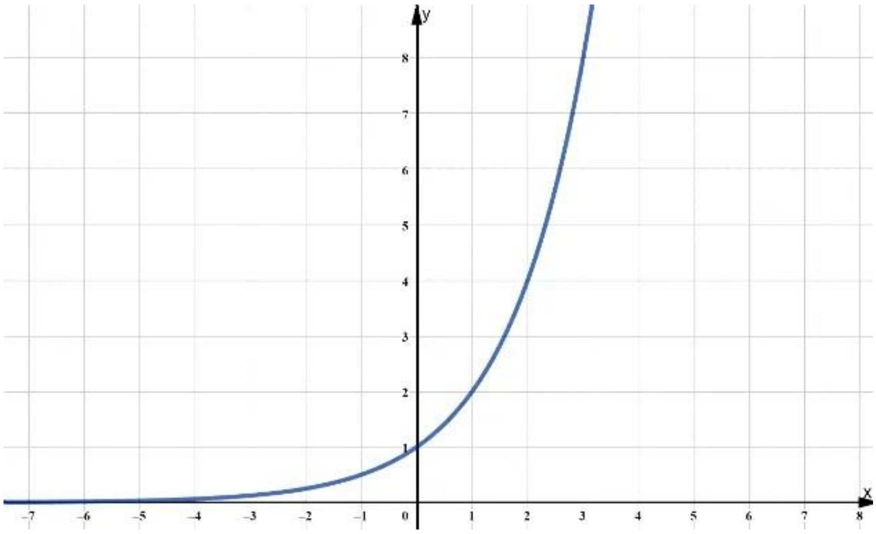
- $f(2) = 2^2 = 4$
- $f(3) = 2^3 = 8$

4. Com esses pontos, podemos traçar o gráfico da função que é uma curva exponencial crescente que passa pelo ponto (0,1) e se aproxima do eixo "x" à medida que "x" diminui.

Para tornar o gráfico mais preciso e completo, você pode encontrar mais pontos da função, incluindo pontos negativos, e traçar uma curva suave através deles usando uma régua ou software de desenho gráfico.

Abaixo está a representação do gráfico da função exponencial crescente, ou seja, quando "x" é positivo

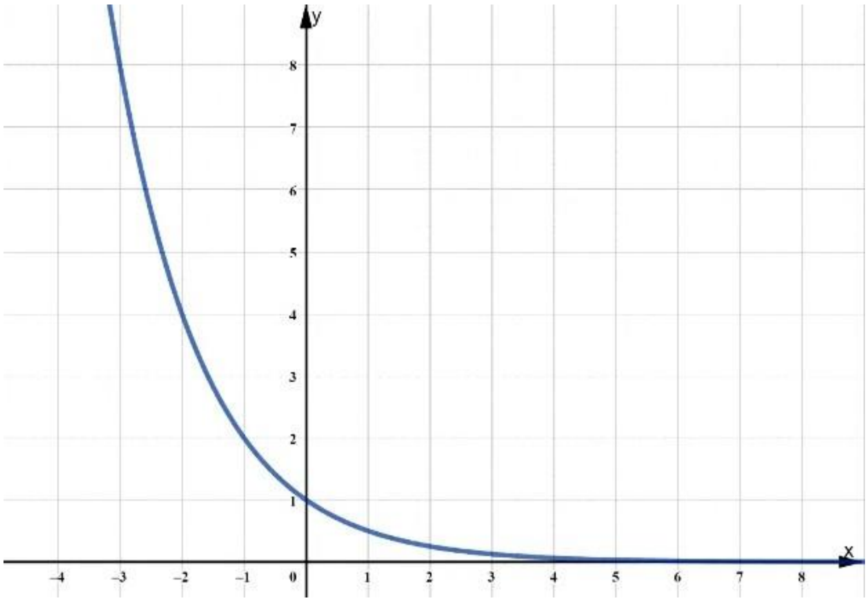
Figura 2: Representação gráfica da função exponencial crescente



Fonte: Compilação do autor[2]

O gráfico decrescente é representada pela figura abaixo

Figura 3: Representação gráfica da função exponencial decrescente



$Fonte$: $Compilação\ do\ autor$[2]

4. Função logarítmica

a. Definição

A função logarítmica é a função inversa da função exponencial. Ela é definida como:

$$f(x) = log_a(x)$$

onde "a" é uma constante positiva chamada de base, "x" é a variável independente e "log_a" é o logaritmo de "x" na base "a". Em outras palavras, a função logarítmica nos diz a que expoente "a" precisamos elevar a base "a" para obter o valor de "x".

A função logarítmica é uma função contínua e crescente quando "a" é maior do que 1, e decrescente quando "a" está entre 0 e 1. A função logarítmica é amplamente utilizada em várias áreas da matemática e ciências naturais, como na resolução de equações exponenciais, na análise de dados experimentais, na probabilidade e na teoria dos números.

b. Gráficos

Para desenhar o gráfico de uma função logarítmica, você pode seguir os seguintes passos:

1. *Escolha a base do logaritmo:* A função logarítmica é definida em termos do logaritmo de uma determinada base. Escolha a base que deseja usar em sua função logarítmica

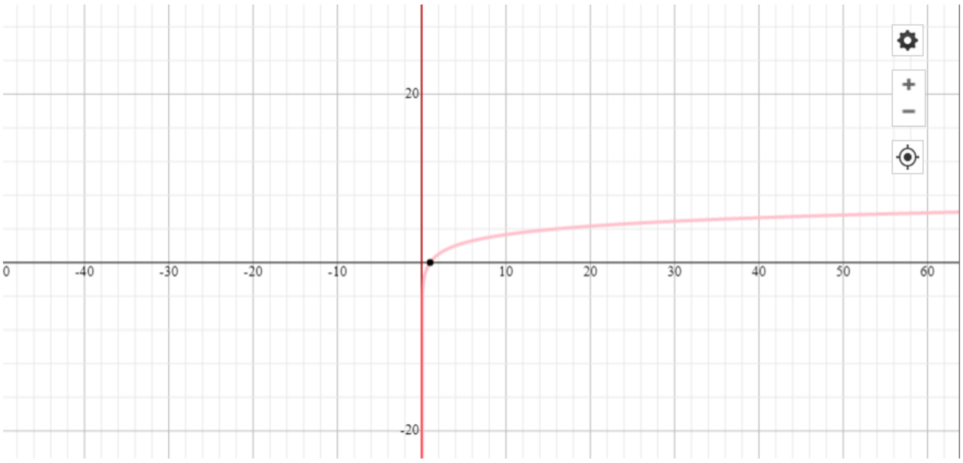
2. *Determine o domínio e a imagem:* A função logarítmica só está definida para valores positivos de "x", então o domínio da função é o conjunto dos números reais positivos. Já a imagem da função é o conjunto dos números reais
3. *Determine o comportamento assintótico:* O comportamento assintótico da função logarítmica depende da base escolhida. No caso da função logarítmica na base 10, a curva se aproxima do eixo x, mas nunca o toca. Para bases maiores que 1, a curva é crescente e se aproxima do eixo y conforme "x" cresce. Para bases entre 0 e 1, a curva é decrescente e se aproxima do eixo y conforme "x" diminui
4. *Encontre pontos de referência:* A função logarítmica tem um ponto especial, que é o ponto (1,0), já que o logaritmo de 1 é sempre 0 para qualquer base. Além disso, é possível encontrar outros pontos de referência calculando o logaritmo de outros valores de "x" para a base escolhida
5. *Trace o gráfico:* Com base nas informações acima, trace o gráfico da função logarítmica. O gráfico deve se aproximar do eixo x (para bases maiores que 10 ou do eixo y (para bases entre 0 e 1), e passar pelo ponto (1,0)

Lembre-se que a função logarítmica é uma função crescente e que seu gráfico não cruza o eixo x. Para bases maiores que 1, o gráfico se aproxima do eixo x a partir da esquerda e cresce rapidamente à direita do eixo x. Para bases entre 0 e 1, o gráfico se aproxima do eixo x a partir da direita e decresce rapidamente à esquerda do eixo x.

Por exemplo, utilizaremos a função logarítmica $y = log_2(x)$:

1. *Escolha a base do logaritmo:* Neste caso, a base é 2
2. *Determine o domínio e a imagem*: O domínio da função é o conjunto dos números reais positivos, pois não há logaritmo de números negativos ou de zero. A imagem é o conjunto dos números reais
3. *Determine o comportamento assintótico:* Como a base é maior que 1, a curva da função logarítmica se aproxima do eixo x quando "x" é muito pequeno, e cresce rapidamente à medida que "x" aumenta
4. *Encontre pontos de referência:* O ponto de referência mais importante é (1,0), já que o logaritmo de 1 é sempre 0. Outro ponto de referência é (2,1), já que o logaritmo de 2 na base 2 é 1
5. *Trace o gráfico:* Com base nas informações acima, podemos desenhar o gráfico da função logarítmica. Ele se aproxima do eixo x na esquerda e cresce rapidamente na direita, passando pelos pontos (1,0) e (2,1)

Figura 4: Representação gráfica da função logarítmica $y = log_2(x)$

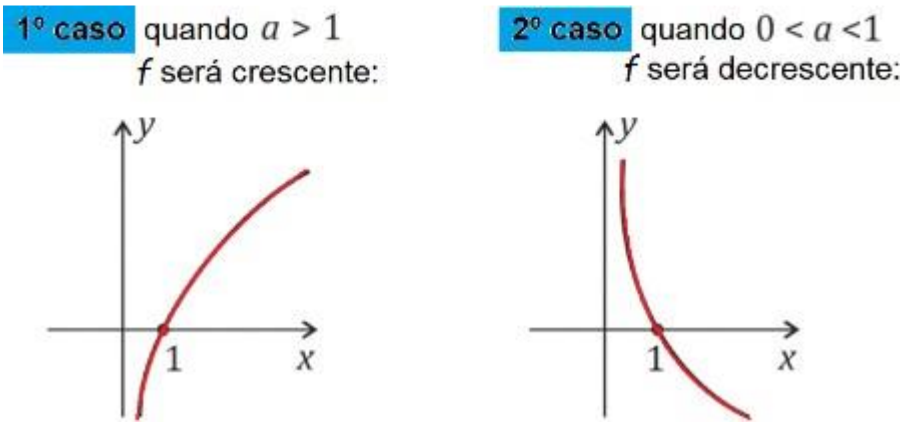


$Fonte: \ Autoria\ própria$

Note que a curva se aproxima do eixo x quando "x" é muito pequeno, e cresce rapidamente à medida que "x" aumenta. A função é crescente e não cruza o eixo x.

Os gráficos crescente e decrescente são representados na figura a seguir

Figura 5: Representação gráfica da função logarítmica



$Fonte: \ Compilação\ do\ autor$[3]

c. **Propriedades**

As propriedades da função logarítmica são regras que nos permitem simplificar cálculos com logaritmos e manipular expressões envolvendo a função logarítmica. As principais propriedades são:

i. *Mudança de base:* $log_a(x) = \frac{log_b(x)}{log_b(a)}$, onde "a" e "b" são bases diferentes.

ii. *Multiplicação:* $log_a(xy) = log_a(x) + log_a(y)$.

iii. *Divisão:* $log_a(\frac{x}{y}) = log_a(x) - log_a(y)$.

iv. *Potência:* $log_a(x^m) = m * log_a(x)$, onde “m” é um expoente.

5. Exercícios para fixação

Questão 01: Determine o vértice da seguinte função quadrática:

$$f(x) = - 3x^2 + 6x + 5$$

Questão 02: Determine as raízes da função quadrática:

$$f(x) = 4x^2 + 4x - 8$$

Questão 03: Encontre os pontos de intercepto dos eixos x e y com a função quadrática:

$$f(x) = x^2 - 8x + 12$$

Questão 04: Determine o vértice e os pontos de intercepto dos eixos com a seguinte função:

$$f(x) = x^2 + 1$$

Questão 05: Escreva as funções abaixo na forma fatorada:

a) $f(x) = x^2 - 5x + 6$
b) $f(x) = 2x^2 - 20x + 50$
c) $f(x) = x^2 + 2x + 2$

Questão 06: Determine o vértice de cada uma das seguintes funções:

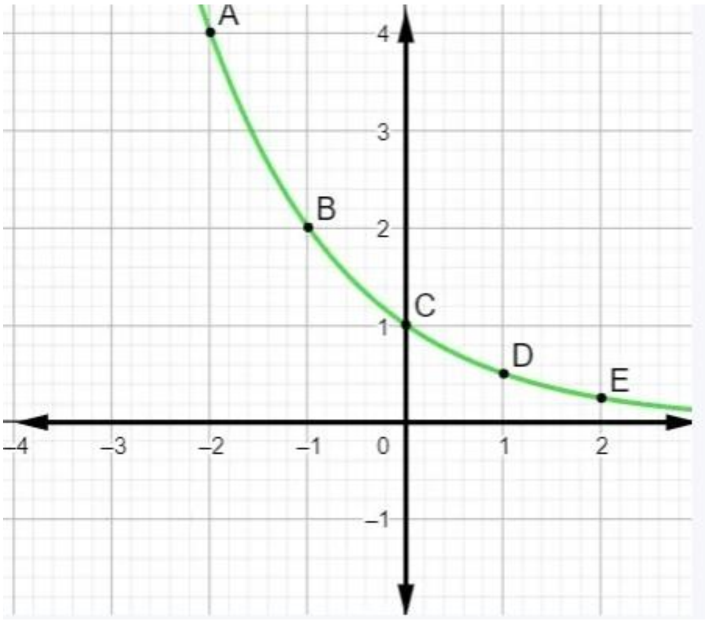
a) $f(x) = (x - 1)^2 + 1$
b) $f(x) = 2(x + 1)^2 - 3$
c) $f(x) = - 3(x - 2)^2 - 5$

Questão 07: Em quais pontos as funções quadráticas abaixo se interceptam?

$f(x) = 2x^2 + 4x + 2$ e $p(x) = 2x^2 + x + 1$

Questão 08: Um botânico, encantado com o pau-brasil, dedicou-se, durante anos de estudos, a conseguir criar uma função exponencial que medisse o crescimento dessa árvore no decorrer do tempo. Sua conclusão foi que, ao plantar-se essa árvore, seu crescimento, no decorrer dos anos, é dado por $C(t) = 0,5 \cdot 2^{t-1}$. Analisando essa função, quanto tempo essa árvore leva para atingir a altura de 16 metros?

Questão 09: O gráfico, a seguir, é a representação de uma função exponencial,



Analisando o gráfico, a lei de formação dessa função exponencial é

Questão 10: Dadas as funções $f(x) = 2^{x^2-4}$ e $g(x) = 4^{x^2-2x}$, se x satisfaz f(x) = g(x), então 2^x é:

Questão 11: Uma população de bactérias começa com 100 e dobra a cada três horas. Assim, o número n de bactérias após t horas é dado pela função. n(t) = 100 x 2t/3 Nessas condições, pode-se afirmar que a população será de 51.200 bactérias depois de:

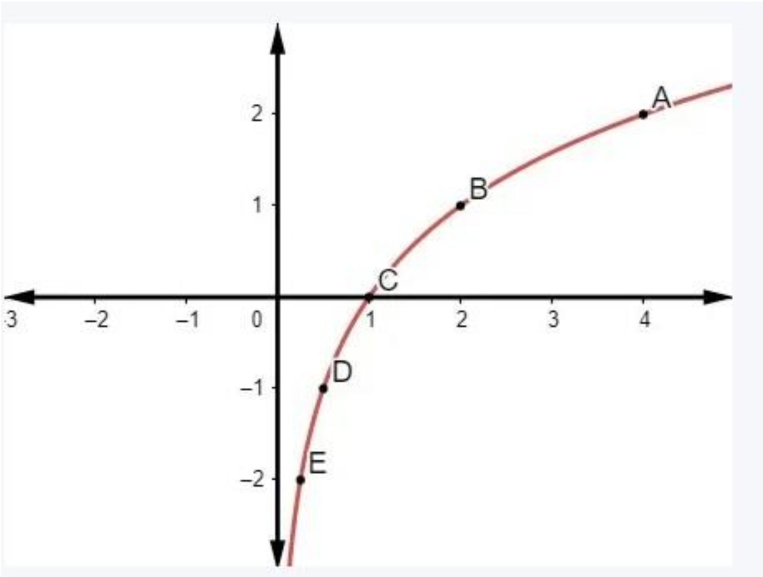
a) 1 dia e 3 horas
b) 1 dia e 9 horas
c) 1 dia e 14 horas
d) 1 dia e 19 horas

Questão 12: Esboce o gráfico para as funções:

a) $y = log_{1/2}x$
b) $y = log_{10}x$

Questão 13: Seja $f(x) = log_2 x \;\; e \;\; g(x) = log_3 x$ a lei de formação de duas funções f(x) e g(x), então qual o valor quando fazemos f(8) - g(9)

Questão 14:Analisando o gráfico da função, encontre a sua equação:



Questão 15: O tempo, em minutos, que um medicamento leva para fazer efeito em uma pessoa é dado pela função:

$$f(x) = 2 + log_{10}(x/6)$$

Considere que x é a idade e f(x) é o tempo em minutos.

Em um paciente que possui 30 anos, o tempo necessário para que esse remédio faça efeito é de: (Use $log_{10}2 = 0,3$.

6. Respostas

01- $x_v = 1$

$y_v = 8$

V(1,8)

02- $x_1 = 1$ e $x_2 =- 2$

03- $x_1 = 6$ e $x_2 = 2$

$f(0) = 12$

04- $x_v = 0$ e $y_v = 1$

$f(0) = 1$

05- a) $(x - 2)(x - 3) = 0$

b) $2(x - 5)^2 = 0$

c) não possui forma fatorada, pois Δ<0

06 - a) V(1,1)

b) V(-1,-3)

c) V(2,-5)

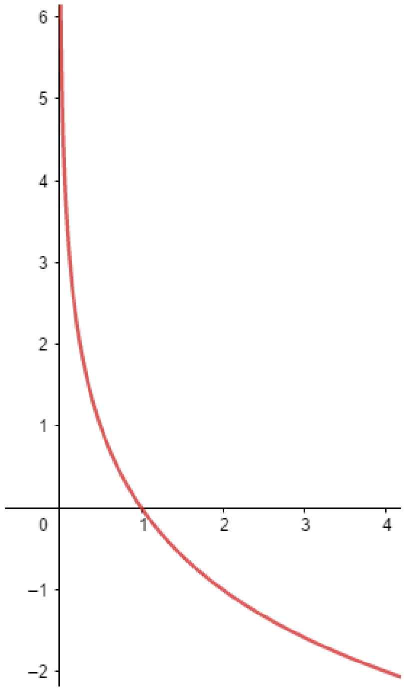
07- $(\frac{-1}{3}; \frac{8}{9})$

08 - 6

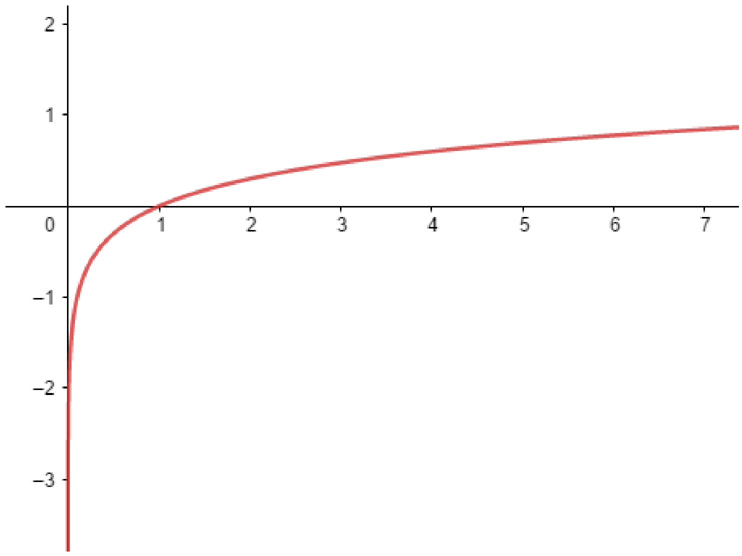
09 - $f(x) = 0,5^x$

10- 4

11- a



12- a)



b)

13- 1

14- $f(x) = log_2 x$

15- 2 minutos e 42 segundos

7. Referências

[1]Gráfico da função de 2º grau - Brasil Escola (uol.com.br)

[2]Função Exponencial - Toda Matéria (todamateria.com.br)

[3]#Matemática: Função logarítmica (deverdecasa-web.blogspot.com)

[4]Função logarítmica: definição, gráfico, exercícios - Mundo Educação (uol.com.br)

[5]Função quadrática - O que é? Raízes, Forma fatorada, Pontos e Gráficos - (gestaoeducacional.com.br)